

Aluno: _____ Nº _____ Turma: _____

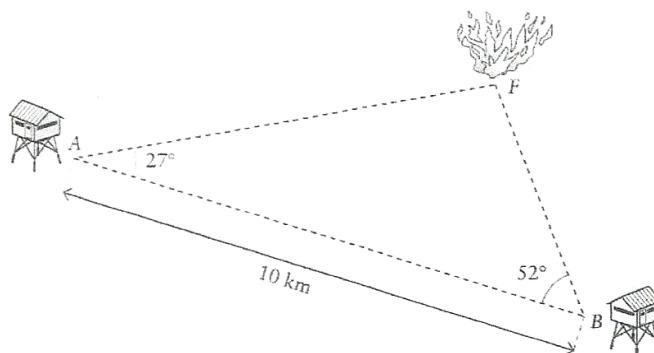
Data: 28/10/2014

- Apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.
- Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.

1. Numa localidade no interior do País, um grupo de guardas florestais utilizam as torres de vigia A e B para observar as florestas diariamente.

Para facilitar o combate aos fogos, as duas torres estão ligadas, em linha reta, por uma estrada de 10 km.

Certo dia foi detetado um incêndio no local F. A torre A detetou o incêndio num ângulo de 27° com a estrada que liga as duas torres, e a torre B detetou o mesmo fogo num ângulo de 52° com a mesma estrada, como mostra a figura.



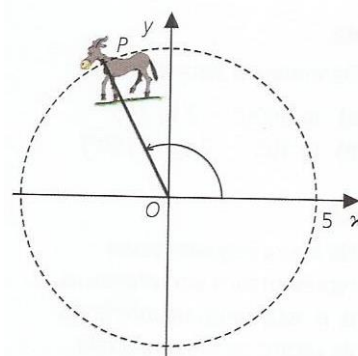
Determina a que distância ocorreu o fogo de cada uma das torres.

Apresenta o resultado com aproximação às décimas. Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

2. Numa feira popular, um carrossel de tração animal diverte as crianças. Neste carrossel, uma haste horizontal de 5 metros, acoplada a um eixo vertical, é movida por um burro que se desloca em movimentos circulares.

Considera um referencial o.n. cuja origem coincida com o ponto fixo da haste quando esta se encontra em movimento de rotação e cuja unidade de medida seja igual ao metro.

Considera ainda que o animal inicia o seu movimento no ponto de coordenadas (5, 0).



2.1. Determina as coordenadas do ponto onde o burro se encontra depois percorrer um arco de amplitude igual a 1140° .

2.2. Sabendo que cinco minutos depois de início da partida, o burro deu seis voltas completas e se encontra no ponto de coordenadas (0, -5), determina a velocidade média a que o animal caminha.

Apresenta o resultado arredondado à unidade.

3. Sendo x a amplitude de um ângulo agudo, mostra que:

$$(\sin x - 1)^2 + \cos^2 x + 2 \operatorname{tg} x \cdot \cos x = 2$$

4. Considera a expressão: $A(x) = 2 \sin\left(\frac{11}{3}\pi\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{8}{3}\pi\right) - \cos\left(-x + \frac{7}{2}\pi\right) + \sin(-\pi - x)$

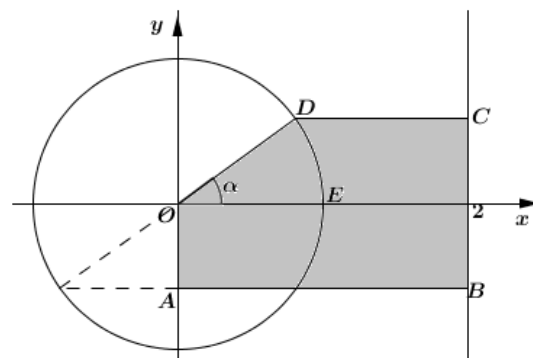
4.1. Mostra que, para todos os valores de x que dão significado à expressão, $A(x) = 2 \sin x$.

4.2. Determine os valores de $k \in \mathbb{R}$, que tornam possível a condição $A(x + \pi) + 1 = 3k \wedge x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}\right]$.

4.3. Recorrendo às fórmulas trigonométricas e sem determinar a amplitude do ângulo x , determina o valor exato de $A(x)$, sabendo que $\operatorname{tg}(-x) = \frac{4}{3} \wedge -\pi < x < 0$.

5. Na figura estão representados:

- o círculo trigonométrico de centro em O ;
- a reta BC , definida pela equação $x = 2$;
- as retas paralelas AB e DC ;
- o ângulo EOD de amplitude α , com $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$;
- o pentágono $[OABCD]$.



5.1. Determina a área do pentágono no caso de $\alpha = \frac{\pi}{4}$ rad.

5.2. Mostra que a área do pentágono $[OABCD]$ é dada em função de α pela expressão:

$$A(\alpha) = \sin \alpha \left(4 - \frac{1}{2} \cos \alpha \right)$$

5.3. Recorrendo às capacidades gráficas da tua calculadora, indica o(s) valor(es) de α , com aproximação à centésima do radiano, para os quais a área do pentágono $[OABCD]$ é inferior a 3 unidades de área.

Na tua resposta, deves incluir o(s) gráfico(s) e a(s) coordenada(s) do(s) ponto(s) que consideraste relevante(s) para resolver a questão.

Cotações:

1.	2.1	2.2.	3.	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	5.3
20	15	15	20	25	25	20	20	25	15