Escola Secundária Alves Martins

1º Teste Global de Avaliação

Matemática A – 11º ano

Aluno: __________________________________ Nº_____ Turma: ____ **Data: 25 /11/2014**

1ª Parte

. As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
. Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
. Na tua folha de resposta, escreve a letra correspondente à alternativa que selecionares para cada questão.
. Se apresentares mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível
. Não apresentes cálculos, nem justificações.

1. Sejam α , β e θ números reais que satisfazem a condição:

$$\beta-\alpha=\frac{3\pi}{2} \quad \wedge \quad \alpha+\theta=\pi \quad \wedge \quad \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sqrt{3}\,.$$

O valor de $sen(2\theta+\beta)\times\cos(\theta+2\alpha)$ é:

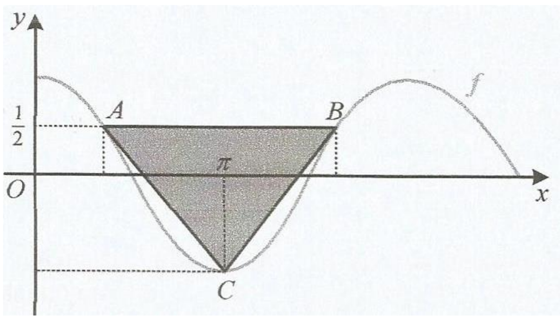
A) $\frac{1}{4}$ **B)** $\sqrt{3}$ **C)** $-\sqrt{3}$ **D)** $-\frac{1}{4}$

2. Seja *h* a função de domínio $\left[\frac{3\pi}{4},\frac{4}{3}\pi\right]$ definida por $h(x)=sen^2x$.

O contradomínio de *h* é:

A) $\left[0,\frac{1}{2}\right]$ **B)** $\left[0,\frac{3}{4}\right]$ **C)** $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right]$ **D)** $\left[\frac{3}{4},1\right]$

3. Na figura encontra-se representada parte do gráfico da função f , definida por $f(x)=\cos(x)$ e o triângulo [ABC]. Os pontos A, B e C pertencem ao gráfico de f , tendo os pontos A e B ordenada $\frac{1}{2}$ e o ponto C abcissa π .



Nestas condições, podemos afirmar que a área do triângulo [ABC] é:

A) $\frac{\pi}{2}$ **B)** π **C)** $\frac{3}{2}\pi$ **D)** 2π

4. Sejam $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dois vetores não nulos tais que:

$$\vec{a}\,.\,\vec{b}=0\ ;\quad \left\|\vec{a}+\vec{b}\right\|=\sqrt{10}\ ;\quad \left\|\vec{a}\right\|=p\ ;\quad \left\|\vec{b}\right\|=-1+2p\text{ ; com } p\in IR\ .$$

Podemos afirmar que:

A) $p=\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}$ **B)** $p=-1 \vee p=\dfrac{9}{5}$ **C)** $p=\dfrac{9}{5}$ **D)** $p=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

5. Relativamente aos vetores $\vec{u}=(sen\alpha-1,\ \cos\alpha)$ e $\vec{v}=(sen\alpha,\cos\alpha+tg\alpha)$, podemos afirmar que:

A) $0<\vec{u}\,\hat{}\,\vec{v}<\dfrac{\pi}{2}$ **B)** $\vec{u}\perp\vec{v}$ **C)** $\dfrac{\pi}{2}<\overrightarrow{u\,\hat{}\,v}<\pi$ **D)** $\vec{u}=\vec{v}=\vec{0}$

2ª Parte

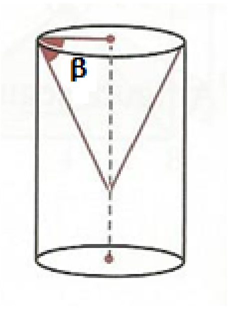
Nas questões desta segunda parte apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Tem em atenção que quando não é indicada a aproximação para um resultado, pretende-se sempre o valor exato.

1. Considera o cilindro de 7 cm de altura, cujo perímetro da base é $2\sqrt{3}\pi\ cm$.

Considera um cone contido no cilindro, cujas bases coincidem.

A altura do cone varia segundo um ângulo $\beta\in\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$, como mostra a figura.



1.1. Mostra que o volume do cone, em função de , é dado por $V(\beta)=\sqrt{3}\pi\, tg\beta$.

1.2. Recorre às capacidades gráficas da tua calculadora para determinar graficamente a(s) solução(ões) que te permite resolver o seguinte problema:

Determina o(s) valor(es) de β, aproximado(s) às centésimas do radiano, para os quais o volume do cone é a décima parte do volume do cilindro.

Traduz o problema por meio de uma equação e apresenta todos os elementos recolhidos na utilização da calculadora, nomeadamente a(s) representação(ões) gráfica(s) visualizadas, bem como as coordenadas de alguns pontos relevantes.

2. Considera a função, definida em IR, por $f(x)=\cos(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{2})+2\sin(\pi+\frac{x}{2})+\frac{1}{2}tg\,(\frac{8}{3}\pi)$.

2.1. Mostra que, para qualquer $x\in IR$, $f(x)=-\sin(\frac{x}{2})-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

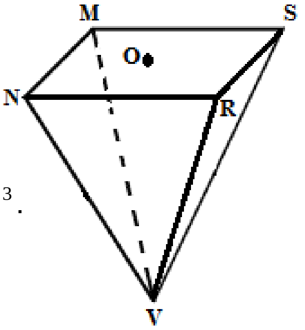
Utilizando métodos **exclusivamente analíticos**, resolve as alíneas seguintes:

2.2. Estuda a função quanto à paridade.

2.3. Mostra que 4π é o período positivo mínimo da função.

2.4. Determina os valores de $x\in[-\pi,\pi]$, que verificam a condição $f(x)=0$

3. A figura representa uma pirâmide quadrangular regular reta [MNRSV].



Sabe-se que:

O ponto O é o centro da base da pirâmide; $\overline{NR}=2\,cm$ e $V_{pirâmide}=\frac{20}{3}cm^3$.

3.1. Calcula $(\overrightarrow{MS}+\overrightarrow{RS}).(\frac{1}{2}\overrightarrow{NS}-\overrightarrow{VO})$.

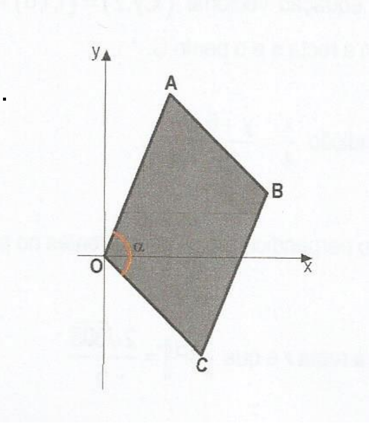
3.2. Considera um referencial aplicado à pirâmide com origem no ponto M, com o ponto N no semieixo positivo das abcissas, e o ponto S no semieixo positivo das ordenadas.

3.2.1. Determina a amplitude em graus, com aproximação às décimas, do ângulo formado pelos vetores $\overrightarrow{VN}$ **e** $\overrightarrow{VS}$.

3.2.2. Determina as coordenadas do ponto Q que satisfazem a condição:

- $Q\in Oz$
- Os vetores $\overrightarrow{RQ}$ e $\overrightarrow{RV}$ são perpendiculares.

4. Na figura está representado, em referencial o.n.xOy, um paralelogramo [OABC].



Sabe-se ainda que: $\overline{OC}=2\overline{OA}$; $A\hat{O}C=\alpha$, com $\alpha\in\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$ e $sen\alpha=\frac{4}{5}$.

Usando as propriedades do produto escalar, mostra que $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA}=-\frac{1}{5}\left\|\overrightarrow{OA}\right\|^2$.

Observação: A figura não está desenhada à escala.

Questão	1ªParte					2ª Parte									
	1	2	3	4	5	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4	3.1	3.2.1	3.2.2	4
Cotação	8	8	8	8	8	10	18	18	18	10	18	18	15	15	20