

Aluno: _____ Nº _____ Turma: _____

Data: 24/11/2014

1ª Parte

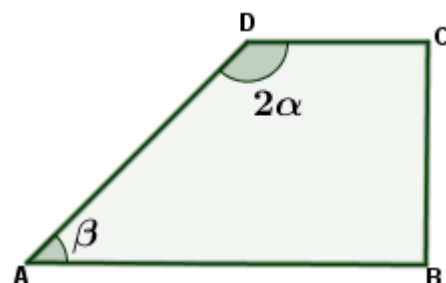
- . As cinco questões deste grupo são de escolha múltipla.
- . Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- . Na tua folha de resposta, escreve a letra correspondente à alternativa que seleccionares para cada questão.
- . Se apresentares mais do que uma resposta a questão será anulada, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível
- . Não apresentes cálculos, nem justificações.

1. Os valores do parâmetro real k que verificam a condição $\cos x = \frac{1-2k}{3} \wedge \left] -\pi, \frac{\pi}{2} \right]$ são:

- A) $] -1, 0]$ B) $\left[\frac{1}{2}, 2 \right]$ C) $[-1, 2[$ D) $\left[0, \frac{1}{2} \right[$

2. Na figura está representado um trapézio retângulo [ABCD].

O ângulo agudo do trapézio tem amplitude β e o ângulo obtuso tem amplitude 2α .



- A) $\sin \beta = -\sin(2\alpha)$ B) $\cos \beta = \sin(2\alpha)$
C) $\cos \beta = \cos(2\alpha)$ D) $\tan \beta = -\tan(2\alpha)$

3. Considera as afirmações:

(I) Existe um $x \in \left] -\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2} \right[: \cos(\pi + x) < -\sqrt{3}$

(II) A equação $\sin x = \frac{1}{10}$ **não** tem solução no intervalo $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right]$

- A) São ambas falsas B) São ambas verdadeiras
C) Só a (I) é verdadeira D) Só a (II) é verdadeira

4. De dois vectores $\vec{p}$ e $\vec{q}$ e sabe-se que têm ambos a norma igual a 5 e que $\vec{p} \cdot \vec{q} = -25$. Qual das informações seguintes é verdadeira?

- A) $\vec{p} + \vec{q} = \vec{0}$ B) $\vec{p} - \vec{q} = \vec{0}$ C) $\vec{p} \perp \vec{q}$ D) O ângulo dos vectores $\vec{p}$ e $\vec{q}$ é agudo

5. De dois vectores do plano $\vec{u}$ e $\vec{v}$ sabe-se que: $\|\vec{u}\| = 4$ e $\|\vec{v}\| = 5$, $(\vec{u} \wedge \vec{v})$ é obtuso e $\sin(\vec{u} \wedge \vec{v}) = \frac{1}{4}$.

Então $\vec{u} \cdot \vec{v}$ é:

- A) -5 B) $\frac{5\sqrt{15}}{15}$ C) $-\frac{5}{20}$ D) $-5\sqrt{15}$

Nas questões desta segunda parte apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.
Tem em atenção que quando não é indicada a aproximação para um resultado, pretende-se sempre o valor exato.

1. Considera a função f , real de variável, definida por $f(x) = \sqrt{3} + 2\sin x$.

1.1. Utilizando métodos **exclusivamente analíticos**, resolve as alíneas seguintes:

1.1.1. Determina o contradomínio de f .

1.1.2. Calcula o valor de $f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f(\pi) + 3 \times \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

1.1.3. Resolve, no intervalo $] -2\pi, \pi[$, a equação $f(x) = 2\sqrt{3}$.

1.1.4. Estuda a função quanto à paridade.

1.2. Recorrendo às capacidades gráficas da tua calculadora, indica o(s) valor(es) de x , com aproximação às centésimas de radiano, para os quais se tem $f(x) < \cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) \wedge x \in [-\pi, \pi]$.

Inclui, na tua resposta, o(s) gráfico(s) que consideraste na resolução da questão, bem como, o(s) ponto(s) relevante(s) desse(s) gráfico(s).

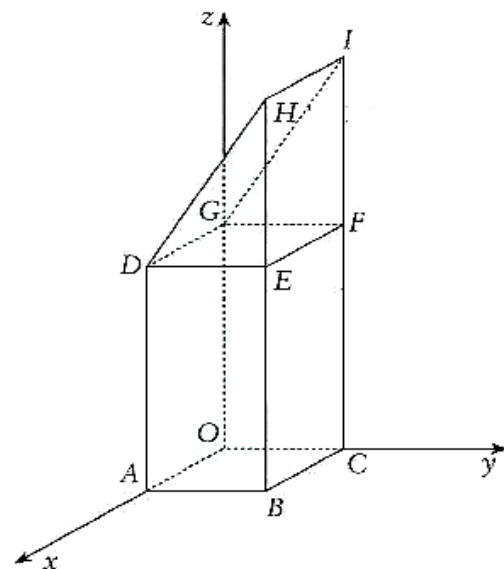
2. Na figura está representado, em referencial o.n. $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, um sólido formado por um paralelepípedo retângulo e um prisma triangular reto.

Uma das faces do prisma coincide com uma das faces do paralelepípedo.

O vértice O é a origem do referencial.

H tem coordenadas $(3, 2, 7)$

Considera que o vetor $\vec{EH} = 3\vec{k}$.



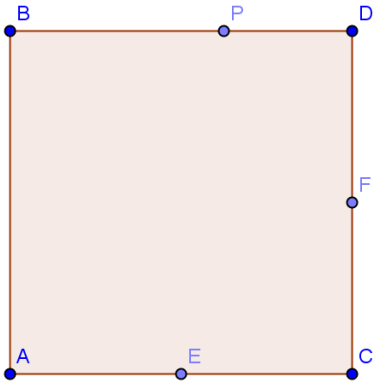
2.1. Calcula o volume do prisma triangular reto $[DEFGHI]$.

2.2. Determina, em graus, arredondado às décimas, a amplitude do ângulo formado pelos vetores $\vec{DH}$ e $\vec{FI}$.

2.3. Considera P um ponto da reta BH . Comenta, justificando, a seguinte afirmação:

“Os vetores $\vec{AP}$ e $\vec{ED}$ são perpendiculares.”.

3. Na figura está representado um quadrado [ABCD] de lado a .
 O ponto E é o ponto médio do lado [AC].



3.1. Mostra que $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED} = -\frac{1}{4}a^2$

3.2. Considera agora que:

- $\overline{AB} = 6$;
- $\overline{PD} = \frac{1}{3}\overline{AB}$;
- F é um ponto que se desloca sobre o lado [DC],
- Para cada posição do ponto F, α é a amplitude, em radianos, do ângulo FPD , $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$.

Mostra que o perímetro do polígono [ABPFC] é dado, em função de α ,por $P(\alpha) = 2\left(\frac{1 - \text{sen}\alpha}{\cos \alpha} + 11\right)$.

Cotações:

1ª Parte					2ª Parte									
1	2	3	4	5	1.1.1	1.1.2	1.1.3	1.1.4	1.2	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2
8	8	8	8	8	15	15	18	18	18	10	15	16	15	20

